

DEUX OU TROIS JOLIES IDÉES SUR LES NOMBRES PREMIERS (INDICATIONS)

1 MINORATION DE LA SOMME DES INVERSES DES NOMBRES PREMIERS

- 1) a) Simple étude de fonction.
b)
- 2) Vive le théorème de factorisation première ! Inutile de formaliser à outrance, une explication claire et précise en français suffit amplement.
- 3) a)
b) Montrer d'abord que $\sum_{p \leq n} \frac{1}{p(p-1)} \leq 1$.

2 MINORATION DU $n^{\text{ÈME}}$ NOMBRE PREMIER

- 4) a) Vive le théorème de Gauss !
b)
- 5) a)
b)

3 UN LIEN ENTRE LA FONCTION ζ ET LES NOMBRES PREMIERS

- 6) Croissante majorée...
- 7) a)
b) L'ensemble $E_{r,T}$ contient $\llbracket 1, n \rrbracket$ et est inclus dans $\llbracket 1, N \rrbracket$ pour un certain $N \in \mathbb{N}^*$ bien choisi.
c) Passer à la limite, mais soigneusement, car il y a plusieurs variables en jeu ici.

4 ÉQUIVALENT DE LA SOMME DES INVERSES DES NOMBRES PREMIERS

- 8)
- 9) a) Pour tous $n \geq 2$ et $p \in \mathbb{P} \cap \llbracket 1, n \rrbracket$: $p^{\frac{a_n}{\ln n}} \leq e^{a_n}$.
b) Bien choisir a_n !